

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ И КОМПЬЮТЕРНОЙ МОДЕЛИ КОЛЕБАНИЙ РАБОЧЕГО МЕСТА ВОДИТЕЛЯ ГРУЗОВОГО АВТОМОБИЛЯ

Ганиев Ф.Ф., Сайфиев Р.Р.

Набережночелнинский институт ФГАОУ ВПО Казанский (Приволжский) федеральный университет, 423810, г. Набережные Челны, пр. Мира, д.68/1

e-mail: ganievf@mail.ru

поступила в редакцию 20 июня 2017 года

Аннотация

В работе содержатся подробные описания математической и компьютерной модели двухосного грузового автомобиля для анализа колебаний. Разработанные модели позволяют анализировать вертикальные колебания и угловые колебания в продольной и поперечной плоскостях. Для компьютерного моделирования использована СКМ Matlab.

Ключевые слова: колебания, математическая модель, компьютерная модель, грузовой автомобиль, плавность хода.

Введение. Плавность хода – это способность автомобиля к поглощению ударов, толчков и вибраций, возникающих при движении.

При движении автомобиля по неровной дороге возникают колебания, оказывающие негативное влияние на состояние водителя и грузов. Поэтому актуальной является задача снижения вибронегативности.

Для построения системы снижения вибронегативности необходима модель колебаний грузового автомобиля.

Цель работы: Разработка математической и компьютерной модели колебаний рабочего места водителя грузового автомобиля.

Задачи работы:

1. Разработка математической модели грузового автомобиля для анализа пространственных колебаний.
2. Разработка компьютерной модели колебаний грузового автомобиля КАМАЗ – 5460 в среде Simulink.
3. Верификация разработанной модели.

Разработка математической модели. Построение математической модели объекта осуществляется на основе динамической модели [1]. Так как автомобиль является сложной многомассовой механической колебательной системой, разработка динамической модели необходима.

Наиболее часто для этого используют метод сосредоточенных масс. Для построения динамической модели были приняты следующие допущения:

1. Кресло водителя жестко прикреплено к полу кабины.
2. Продольная скорость движения автомобиля постоянна.
3. Неровности дорожного полотна являются источником колебаний автомобиля.
4. Шина представлена в виде пружины, нижний конец которой контактирует с дорожным покрытием в одной точке и полностью копирует микропрофиль дороги.
5. Шины представляют собой упругодемпфирующую модель с постоянными коэффициентами жесткости c_{sh} и демпфирования μ_{sh} .

6. Характеристики упругих и диссипативных элементов подвески являются линейными (коэффициенты жесткости c_p и сопротивления μ_p – постоянные) [2].

7. Упругие и диссипативные элементы установлены в плоскости колеса и создают силы, приложенные вертикально к его центру.

8. Силы сопротивления воздуха и сопротивления качению не учитываются.

С учетом сказанных допущений, используя метод сосредоточенных масс, была построена динамическая модель двухосного грузового автомобиля. Автомобиль представлен как система твердых тел, имеющая десять степеней свободы, рис. 1.

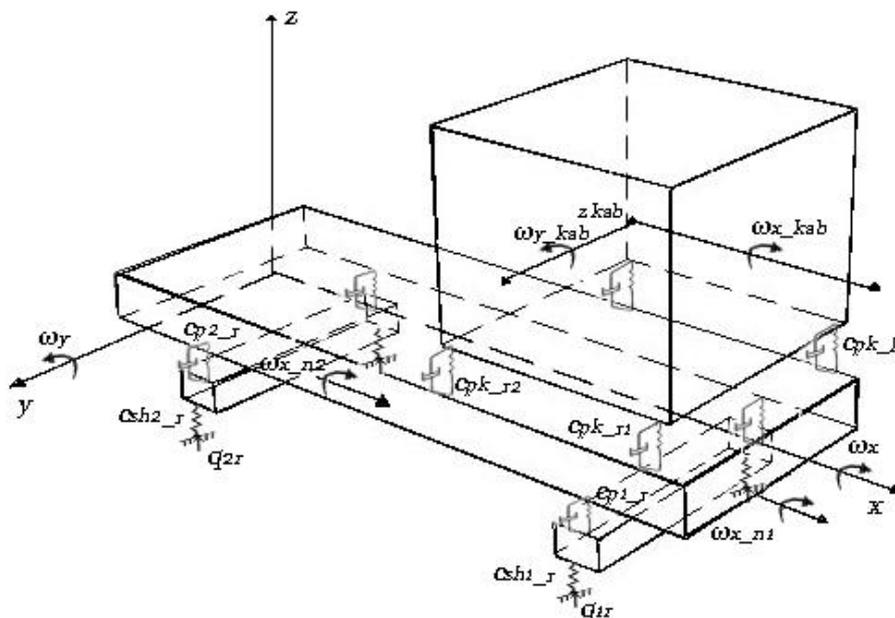


Рисунок 1. – Динамическая модель системы твердых тел с десятью степенями свободы.

Кузов и кабина совершают пространственное движение. Их положение определяется вертикальными перемещениями их центра масс, а также углами поворота по осям x и y .

Неподдресоренные массы совершают поступательные движения вдоль оси z и вращательные движения по оси x .

Компонентные уравнения описывают физические свойства компонентов модели.

Для инерционных элементов их получают на основе второго закона Ньютона. Для поступательного движения уравнение имеет вид:

$$F_{и} = m \frac{dv_{и}}{dt},$$

а для вращательного

$$M_{и} = J \frac{d\omega_{и}}{dt},$$

где $F_{и}$ и $M_{и}$ – сила инерции и момент сил инерции элементов, а $v_{и}$ и $\omega_{и}$ – скорости инерционных элементов.

Уравнения диссипативных элементов получают, используя закон Ньютона для вязкого трения [3]. При поступательном движении уравнение имеет вид:

$$F_{д} = \mu v_{д},$$

а для вращательного

$$M_{д} = \mu \omega_{д},$$

где $F_{д}$ и $M_{д}$ – сила и момент диссипативных элементов, а $v_{д}$ и $\omega_{д}$ – скорости диссипативных элементов.

Полученные компонентные уравнения упругих и диссипативных элементов:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 F_{p1r} = c_{p1r}(z_{n1} - z_p + l_1\varphi_y + l_r\varphi_x - l_r\varphi_{x_{n1}}) \\
 F_{p1l} = c_{p1l}(z_{n1} - z_p + l_1\varphi_y - l_l\varphi_x + l_l\varphi_{x_{n1}}) \\
 F_{p2r} = c_{p2r}(z_{n2} - z_p - l_2\varphi_y + l_r\varphi_x - l_r\varphi_{x_{n2}}) \\
 F_{p2l} = c_{p2l}(z_{n2} - z_p - l_2\varphi_y - l_l\varphi_x + l_l\varphi_{x_{n2}}) \\
 F_{sh1r} = c_{sh1r}(q_{1r} - z_{n1} + l_r\varphi_{x_{n1}}) \\
 F_{sh1l} = c_{sh1l}(q_{1l} - z_{n1} - l_l\varphi_{x_{n1}}) \\
 F_{sh2r} = c_{sh2r}(q_{2r} - z_{n2} + l_r\varphi_{x_{n2}}) \\
 F_{sh2l} = c_{sh2l}(q_{2l} - z_{n2} - l_l\varphi_{x_{n2}}) \\
 F_{pk_{r1}} = c_{pk_{r1}}(z_p - z_{kab} + l_1\varphi_y + l_r\varphi_x + l_3\varphi_{ykab} + l_r\varphi_{xkab}) \\
 F_{pk_{l1}} = c_{pk_{l1}}(z_p - z_{kab} + l_1\varphi_y - l_l\varphi_x + l_3\varphi_{ykab} - l_l\varphi_{xkab}) \\
 F_{pk_{r2}} = c_{pk_{r2}}(z_p - z_{kab} - l_2\varphi_y + l_r\varphi_x - l_4\varphi_{ykab} + l_r\varphi_{xkab}) \\
 F_{pk_{l2}} = c_{pk_{l2}}(z_p - z_{kab} - l_2\varphi_y - l_l\varphi_x - l_4\varphi_{ykab} - l_l\varphi_{xkab}) \\
 F_{a1r} = \mu_{p1r}(\dot{z}_{n1} - \dot{z}_p + l_1\dot{\varphi}_y + l_r\dot{\varphi}_x - l_r\dot{\varphi}_{x_{n1}}) \\
 F_{a1l} = \mu_{p1l}(\dot{z}_{n1} - \dot{z}_p + l_1\dot{\varphi}_y - l_l\dot{\varphi}_x + l_l\dot{\varphi}_{x_{n1}}) \\
 F_{a2r} = \mu_{p2r}(\dot{z}_{n2} - \dot{z}_p - l_2\dot{\varphi}_y + l_r\dot{\varphi}_x - l_r\dot{\varphi}_{x_{n2}}) \\
 F_{a2l} = \mu_{p2l}(\dot{z}_{n2} - \dot{z}_p - l_2\dot{\varphi}_y - l_l\dot{\varphi}_x + l_l\dot{\varphi}_{x_{n2}}) \\
 F_{tr_{sh1r}} = \mu_{sh1r}(\dot{q}_{1r} - \dot{z}_{n1} + l_r\dot{\varphi}_{x_{n1}}) \\
 F_{tr_{sh1l}} = \mu_{sh1l}(\dot{q}_{1l} - \dot{z}_{n1} - l_l\dot{\varphi}_{x_{n1}}) \\
 F_{tr_{sh2r}} = \mu_{sh2r}(\dot{q}_{2r} - \dot{z}_{n2} + l_r\dot{\varphi}_{x_{n2}}) \\
 F_{tr_{sh2l}} = \mu_{sh2l}(\dot{q}_{2l} - \dot{z}_{n2} - l_l\dot{\varphi}_{x_{n2}}) \\
 F_{akab_{1r}} = \mu_{pk_{r1}}(\dot{z}_p - \dot{z}_{kab} + l_1\dot{\varphi}_y + l_r\dot{\varphi}_x + l_3\dot{\varphi}_{ykab} + l_r\dot{\varphi}_{xkab}) \\
 F_{akab_{1l}} = \mu_{pk_{l1}}(\dot{z}_p - \dot{z}_{kab} + l_1\dot{\varphi}_y - l_l\dot{\varphi}_x + l_3\dot{\varphi}_{ykab} - l_l\dot{\varphi}_{xkab}) \\
 F_{akab_{2r}} = \mu_{pk_{r2}}(\dot{z}_p - \dot{z}_{kab} - l_2\dot{\varphi}_y + l_r\dot{\varphi}_x - l_4\dot{\varphi}_{ykab} + l_r\dot{\varphi}_{xkab}) \\
 F_{akab_{2l}} = \mu_{pk_{l2}}(\dot{z}_p - \dot{z}_{kab} - l_2\dot{\varphi}_y - l_l\dot{\varphi}_x - l_4\dot{\varphi}_{ykab} - l_l\dot{\varphi}_{xkab})
 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
 F_{a1r} = \mu_{p1r}(\dot{z}_{n1} - \dot{z}_p + l_1\dot{\varphi}_y + l_r\dot{\varphi}_x - l_r\dot{\varphi}_{x_{n1}}) \\
 F_{a1l} = \mu_{p1l}(\dot{z}_{n1} - \dot{z}_p + l_1\dot{\varphi}_y - l_l\dot{\varphi}_x + l_l\dot{\varphi}_{x_{n1}}) \\
 F_{a2r} = \mu_{p2r}(\dot{z}_{n2} - \dot{z}_p - l_2\dot{\varphi}_y + l_r\dot{\varphi}_x - l_r\dot{\varphi}_{x_{n2}}) \\
 F_{a2l} = \mu_{p2l}(\dot{z}_{n2} - \dot{z}_p - l_2\dot{\varphi}_y - l_l\dot{\varphi}_x + l_l\dot{\varphi}_{x_{n2}}) \\
 F_{tr_{sh1r}} = \mu_{sh1r}(\dot{q}_{1r} - \dot{z}_{n1} + l_r\dot{\varphi}_{x_{n1}}) \\
 F_{tr_{sh1l}} = \mu_{sh1l}(\dot{q}_{1l} - \dot{z}_{n1} - l_l\dot{\varphi}_{x_{n1}}) \\
 F_{tr_{sh2r}} = \mu_{sh2r}(\dot{q}_{2r} - \dot{z}_{n2} + l_r\dot{\varphi}_{x_{n2}}) \\
 F_{tr_{sh2l}} = \mu_{sh2l}(\dot{q}_{2l} - \dot{z}_{n2} - l_l\dot{\varphi}_{x_{n2}}) \\
 F_{akab_{1r}} = \mu_{pk_{r1}}(\dot{z}_p - \dot{z}_{kab} + l_1\dot{\varphi}_y + l_r\dot{\varphi}_x + l_3\dot{\varphi}_{ykab} + l_r\dot{\varphi}_{xkab}) \\
 F_{akab_{1l}} = \mu_{pk_{l1}}(\dot{z}_p - \dot{z}_{kab} + l_1\dot{\varphi}_y - l_l\dot{\varphi}_x + l_3\dot{\varphi}_{ykab} - l_l\dot{\varphi}_{xkab}) \\
 F_{akab_{2r}} = \mu_{pk_{r2}}(\dot{z}_p - \dot{z}_{kab} - l_2\dot{\varphi}_y + l_r\dot{\varphi}_x - l_4\dot{\varphi}_{ykab} + l_r\dot{\varphi}_{xkab}) \\
 F_{akab_{2l}} = \mu_{pk_{l2}}(\dot{z}_p - \dot{z}_{kab} - l_2\dot{\varphi}_y - l_l\dot{\varphi}_x - l_4\dot{\varphi}_{ykab} - l_l\dot{\varphi}_{xkab})
 \end{array} \right. \quad (2)$$

Топологические уравнения описывают структуру и взаимодействие элементов динамической модели. Они выражают принцип Даламбера: геометрическая сумма всех сил, приложенных к сосредоточенной массе, включая силу инерции, равна нулю. При поступательном движении имеет вид:

$$\sum_i \bar{F}_i = 0.$$

При вращательном движении:

$$\sum_i \bar{F}_i = 0.$$

Полученная система топологических уравнений имеет вид:

$$\left\{ \begin{aligned}
 J_x \dot{\omega}_x &= -l_r(F_{p1r} + F_{a1r} + F_{p2r} + F_{a2r}) + l_l(F_{p1l} + F_{a1l} + F_{p2l} + F_{a2l}) \\
 J_y \dot{\omega}_y &= -l_1(F_{p1r} + F_{a1r} + F_{p1l} + F_{a1l}) + l_2(F_{p2r} + F_{a2r} + F_{p2l} + F_{a2l}) \\
 m_p \ddot{z}_p &= F_{p1r} + F_{a1r} + F_{p2r} + F_{a2r} + F_{p1l} + F_{a1l} + F_{p2l} + F_{a2l} \\
 J_{x_{n1}} \dot{\omega}_{x_{n1}} &= l_r(-F_{sh1r} - F_{tr_{sh1r}} + F_{p1r} + F_{a1r}) + l_l(F_{sh1l} + F_{tr_{sh1l}} - F_{p1l} - F_{a1l}) \\
 J_{x_{n2}} \dot{\omega}_{x_{n2}} &= l_r(-F_{sh2r} - F_{tr_{sh2r}} + F_{p2r} + F_{a2r}) + l_l(F_{sh2l} + F_{tr_{sh2l}} - F_{p2l} - F_{a2l}) \\
 m_{n1} \ddot{z}_{n1} &= -F_{p1l} - F_{a1l} - F_{p1r} - F_{a1r} + F_{sh1l} + F_{sh1r} + F_{tr_{sh1l}} + F_{tr_{sh1r}} \\
 m_{n2} \ddot{z}_{n2} &= -F_{p2r} - F_{p2l} - F_{a2r} - F_{a2l} + F_{sh2r} + F_{sh2l} + F_{tr_{sh2r}} + F_{tr_{sh2l}} \\
 J_{x_{kab}} \dot{\omega}_{x_{kab}} &= -l_r(F_{pk_{r1}} + F_{akab_{1r}} + F_{pk_{r2}} + F_{akab_{2r}}) + l_l(F_{pk_{l1}} + F_{akab_{1l}} + F_{pk_{l2}} + F_{akab_{2l}}) \\
 J_{y_{kab}} \dot{\omega}_{y_{kab}} &= -l_3(F_{pk_{r1}} + F_{akab_{1r}} + F_{pk_{l1}} + F_{akab_{1l}}) + l_4(F_{pk_{r2}} + F_{akab_{2r}} + F_{pk_{l2}} + F_{akab_{2l}}) \\
 m_{kab} \ddot{z}_{kab} &= F_{pk_{r1}} + F_{akab_{1r}} + F_{pk_{r2}} + F_{akab_{2r}} + F_{pk_{l1}} + F_{akab_{1l}} + F_{pk_{l2}} + F_{akab_{2l}}
 \end{aligned} \right. \quad (3)$$

Разработка компьютерной модели. На основе полученной математической модели в графической среде имитационного моделирования Simulink была построена компьютерная модель для анализа колебаний грузового автомобиля, представленная на рис. 2.

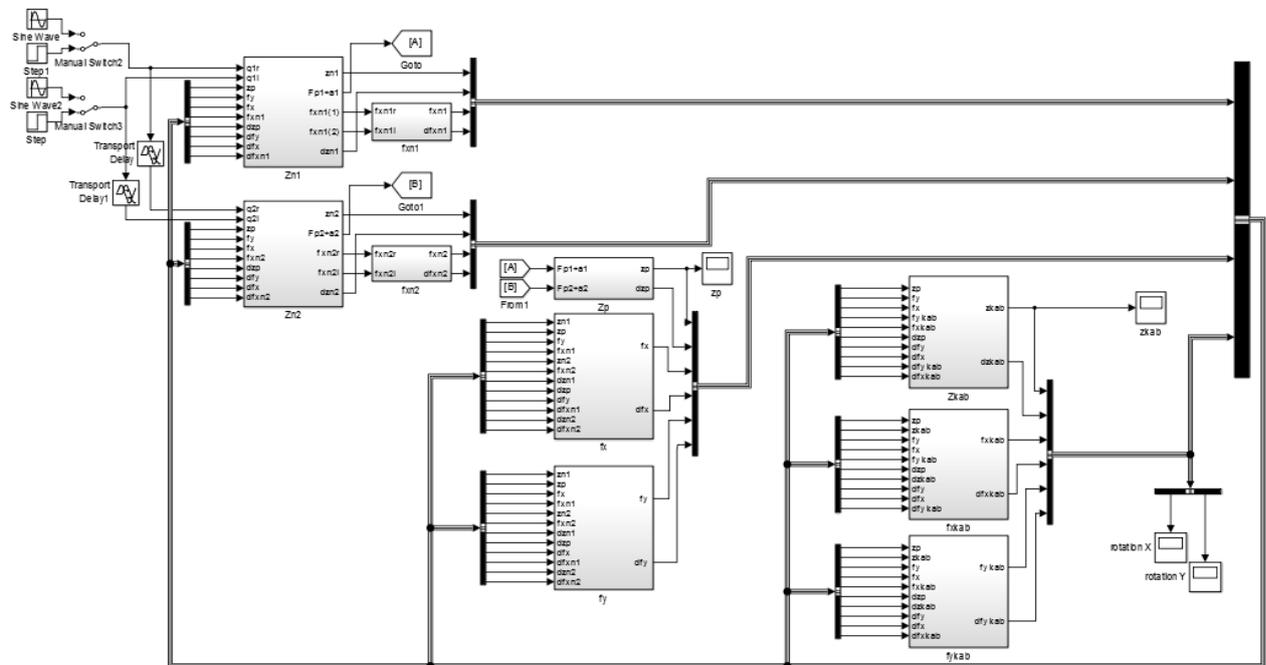


Рисунок 2. – Компьютерная модель колебаний грузового автомобиля.

Полученная модель имеет иерархическую структуру и состоит из десяти подсистем, которые соответствуют дифференциальным уравнениям, описанным в системе топологических уравнений. Они в свою очередь включают в себя другие подсистемы, описывающие усилия упругих и диссипативных элементов.

В качестве входного сигнала модели выступают неровности дорожного профиля под колесами автомобиля.

Выходными данными являются вертикальные перемещения неподрессоренных масс, кузова и кабины, а также их угловые перемещения.

Верификация разработанной модели.

Для доказательства адекватности модели была построена спектральная характеристика вертикальных ускорений кабины КАМАЗ-5460 (рис. 3а).

Сравним полученную характеристику с графиком спектральной плотности, представленной в книге [4] (рис. 3б).

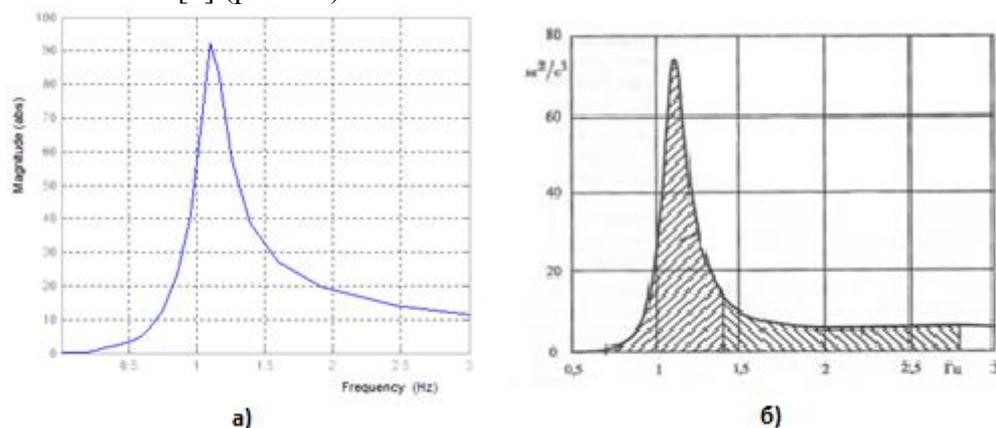


Рисунок 3. – Графики спектральной плотности ускорений на кабине: а) разработанной модели; б) представленная в книге [4].

Графики на рис. 3а и 3б имеют практически идентичный вид спектров и резонансные частоты в обоих случаях приблизительно равны 1,1 Гц. Следовательно, разработанная модель соответствует действительности.

Заключение. Данная работа содержит полное описание разработанных математической и компьютерной моделей грузового автомобиля.

Модель позволяет следить за состоянием вертикальных и угловых перемещений, скоростей и ускорений неподрессоренных масс, кузова и кабины грузового автомобиля в любой момент времени и при любом профиле дорожного полотна.

В результате испытаний было установлено, что полученная модель соответствует действительности и на ее основе можно разрабатывать систему гашения колебаний.

Благодарность. Выражаю благодарность своему научному руководителю – кандидату технических наук, доценту кафедры системного анализа и информатики Набережночелнинского института КФУ, Каримову В.С., а также кандидату технических наук, доценту кафедры системного анализа и информатики Набережночелнинского института КФУ, Демьянову Д.Н. за помощь в подготовке данной статьи.

Список литературы

- 5) Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем. Минск: Дизайн ПРО. 1997. С.640.
- 6) Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин: Учеб. для студентов машиностроит. спец. вузов. 2-е изд., доп. и перераб. М.: Машиностроение. 1990. 352 с.
- 7) Яценко Н.Н., Прутчиков О.К. Плавность хода автомобилей. М.: «Машиностроение». 1968. 221 с.
- 8) Тарасик В.П. Теория движения автомобиля: Учебник для вузов. СПб.: БХВ-Петербург. 2006. 478 с.