

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОРТОГОНАЛЬНОЙ РЕДУКЦИИ ПРИ РАСЧЕТЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫМ МАНИПУЛЯТОРОМ

**Хаматьянов Р.В.**

*Набережночелнинский институт (филиал) ФГАОУ ВПО Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
423812, г. Набережные Челны, пр. Суюмбике,10а.*

*e-mail: anticamper@mail.ru.*

*поступила в редакцию 13 сентября 2014 года*

### Аннотация

В данной статье рассматривается применение метода ортогональной редукции при синтезе регулятора динамической системы на примере модели привода промышленного манипулятора. Проводится анализ показателей качества системы управления в зависимости от порядка редуцированного регулятора.

**Ключевые слова:** метод ортогональной редукции, динамическая система, регулятор, метод динамической компенсации.

**Введение.** Использование аналитических методов синтеза систем управления (например, метода динамической компенсации) достаточно часто приводит к тому, что получаемый регулятор имеет высокий порядок. Это может вызвать сложности при его физической реализации, а также привести к недостаточной робастности системы управления. Для того, чтобы избежать указанных проблем, на практике широко используются методы редукции, позволяющие понизить порядок регулятора.

Методов редукции существует большое количество, причем каждый метод имеет свои особенности. Одним из наиболее распространенных является метод ортогональной редукции, позволяющий получить на основе исходной передаточной функции новую передаточную функцию, переходный процесс которой минимально отличается от исходного. Преимущество данного метода в том, что отбросив одни переменные пространства состояния, мы не изменяем степени управляемости и наблюдаемости оставшихся переменных.

**Основная часть. Постановка задачи.** Рассмотрим модель привода промышленного манипулятора. На рисунке 1 показана его структурная схема [1].

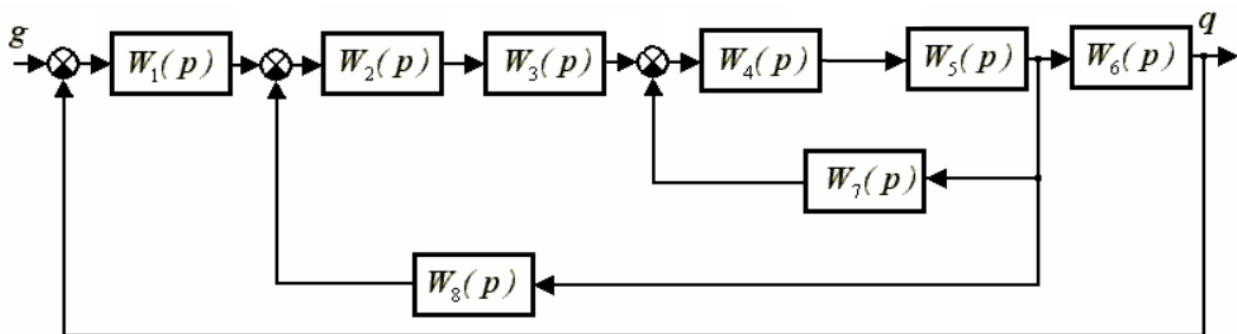


Рисунок 1. – Структурная схема промышленного манипулятора.

Где  $W_1(p) = \frac{k_y}{1+T_y^*p}$ ,  $W_2(p) = k_0 \frac{1+T_0^*p}{p}$ ,  $W_3(p) = \frac{k_n}{1+T_n^*p}$ ,  $W_4(p) = \frac{k_\delta}{1+T_\delta^*p}$ ,  $W_5(p) = \frac{1}{J^*p}$ ,  
 $W_6(p) = \frac{1}{i^*p}$ ,  $W_7(p) = k_\omega$ ,  $W_8(p) = k_c$ .

При  $k_y = 5$ ,  $T_y = 0.002$ ,  $k_0 = 10$ ,  $T_0 = 0.01$ ,  $k_n = 10$ ,  $T_n = 0.005$ ,  $k_\delta = 4$ ,  $T_\delta = 0.04$ ,  $J = 0.005$ ,  $i = 80$ ,  $k_\omega = 0.25$ ,  $k_c = 0.05$ .

Общая передаточная функция этой схемы имеет вид:

$$\frac{1.25 \cdot 10^8 s + 1.25 \cdot 10^{10}}{s^6 + 725s^5 + 1.225 \cdot 10^5 s^4 + 6.2 \cdot 10^6 s^3 + 6.2 \cdot 10^8 s^2 + 1.13 \cdot 10^{10} s + 1.25 \cdot 10^{10}}$$

На рисунке 2 представлен график переходной характеристики исходной системы. Время переходного процесса равно 2.284 с., перерегулирование отсутствует.

Максимальное время переходного процесса при использовании регулятора ограничим 1.5 с., перерегулирование – 20%.

Для повышения качества переходного процесса синтезируем регулятор, используя метод динамической компенсации [2]. Выберем желаемую передаточную функцию:

$$\frac{9^6}{s^6 + 29.25s^5 + 534.6s^4 + 6269s^3 + 4.89 \cdot 10^4 s^2 + 2.33 \cdot 10^5 s + 531441}$$

Тогда передаточная функция регулятора будет иметь вид:

$$\frac{4.252 \cdot 10^{-3} s^6 + 3.082 s^5 + 520.8 s^4 + 2.636 \cdot 10^4 s^3 + 2.636 \cdot 10^6 s^2 + 4.305 \cdot 10^7 s + 5.314 \cdot 10^7}{s^7 + 129.2 s^6 + 3460 s^5 + 5.973 \cdot 10^4 s^4 + 6.758 \cdot 10^5 s^3 + 5.121 \cdot 10^6 s^2 + 2.332 \cdot 10^7 s}$$

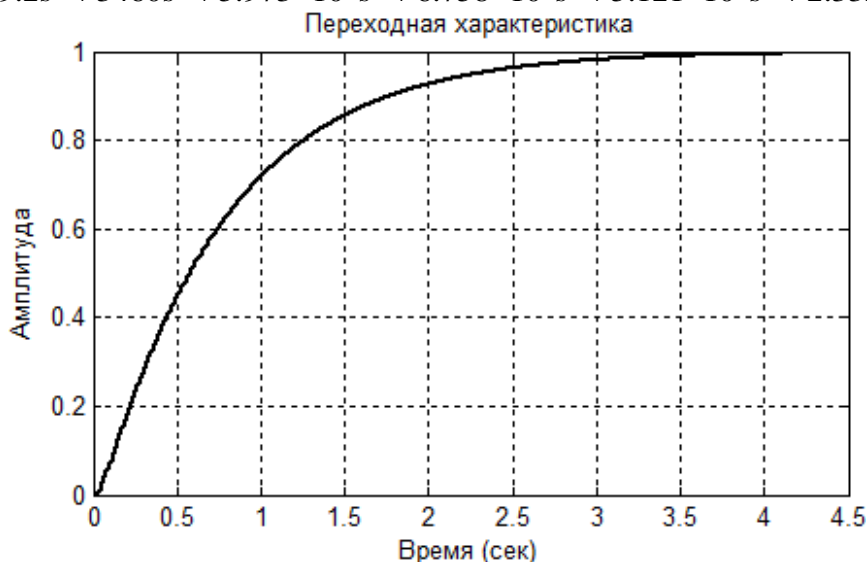


Рисунок 2. – Переходная характеристика системы.

На рисунке 3 представлен график переходной характеристики замкнутой системы. Анализ показывает, что время переходного процесса уменьшилось до 0.624 с. при возникновении незначительного перерегулирования в 5%. Однако, синтезированный регулятор имеет высокий порядок, что может привести к сложностям при его практической реализации.

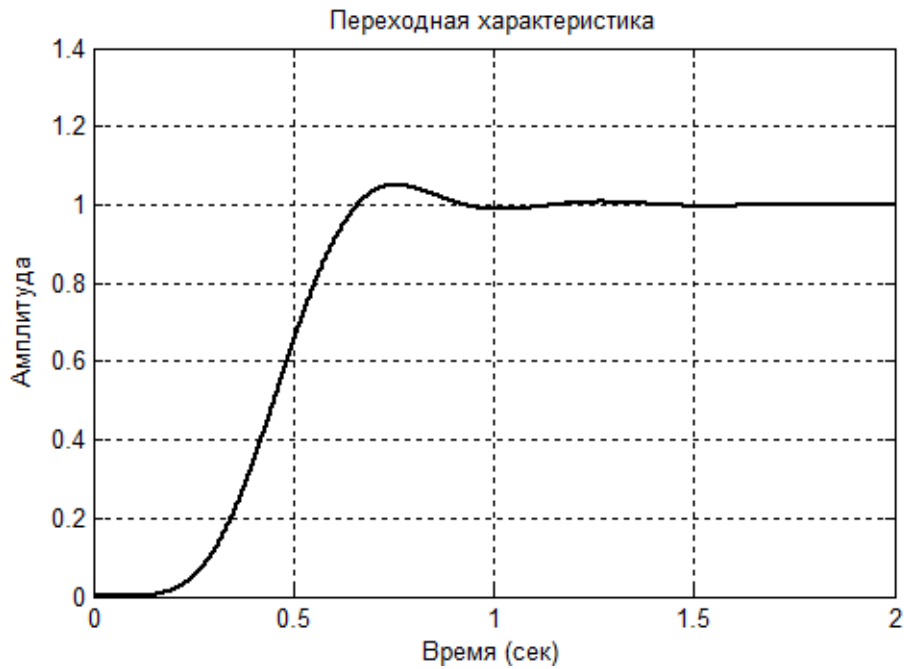


Рисунок 3. – Результаты применения регулятора.

**Редукция регулятора.** Теперь применим метод ортогональной редукции к полученному регулятору [3].

Для этого передаточная функция переводится в модель в пространстве состояний:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} X(t) = AX(t) + BU(t), \text{ где} \\ Y(t) = CX(t) \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} -129.3 & -54.1 & -29.2 & -20.7 & -9.8 & -5.6 & 0 \\ 64 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 32 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$C = (0.001 \quad 0.012 \quad 0.064 \quad 0.201 \quad 1.257 \quad 2.566 \quad 3.168).$$

Преобразуем полученную модель в пространстве состояний, перейдя к сбалансированному представлению с использованием стандартных библиотек системы компьютерной математики Matlab. Матрицы коэффициентов будут иметь следующий вид:

$$A = \begin{pmatrix} -6.67 \cdot 10^{-17} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.056 & -10.688 & 0.499 & 0.31 & -0.073 & -0.018 \\ 0 & 10.688 & -1.82 & 4.6 & 1.658 & -0.431 & -0.018 \\ 0 & 0.499 & -4.6 & -7.547 & -9.256 & 1.81 & 0.459 \\ 0 & -0.31 & 1.658 & 9.256 & -8.923 & 4.645 & 1.11 \\ 0 & -0.073 & 0.431 & 1.81 & -4.645 & -11.242 & -5.604 \\ 0 & -0.018 & 0.108 & 0.459 & -1.11 & -5.604 & -99.663 \end{pmatrix}$$

$$B^T = (0.719 \quad -0.572 \quad 3.149 \quad 3.07 \quad -1.501 \quad -0.372 \quad 0.093)$$

$$C = (0.001 \quad 0.012 \quad 0.064 \quad 0.201 \quad 1.257 \quad 2.566 \quad 3.168)$$

Отбросим 7-ю переменную модели в пространстве состояний и определим передаточную функцию регулятора, редуцированного на один порядок:

$$\frac{-4.459 \cdot 10^{-3} s^5 + 4.297 s^4 + 57.4 s^3 + 2.183 \cdot 10^4 s^2 + 4.37 \cdot 10^5 s + 5.48 \cdot 10^5}{s^6 + 29.59 s^5 + 541.2 s^4 + 6386 s^3 + 4.981 \cdot 10^4 s^2 + 2.405 \cdot 10^5 s + 1.604 \cdot 10^{11}}$$

На рисунке 4 сравниваются результаты применения полученного регулятора с исходным – приведен график разности переходных характеристик, так как визуальное различий нет. Как видно, максимальная разница не достигает  $3 \cdot 10^{-5}$ .

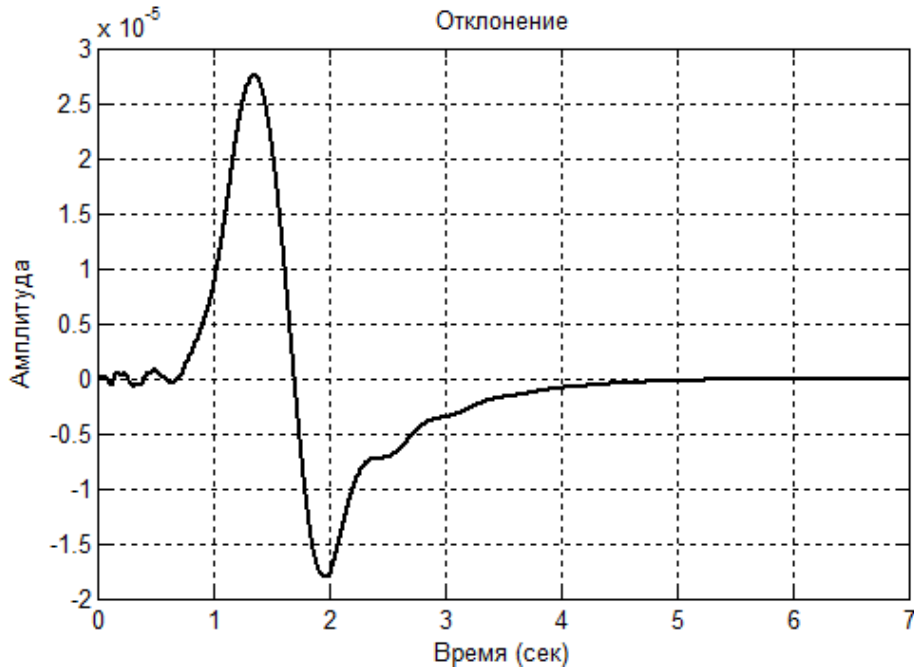


Рисунок 4. – Разница применения исходного и редуцированного на один порядок регуляторов.

Аналогичным образом получаем передаточную функцию регулятора, редуцированного на 2 порядка, график отклонения на рисунке 5:

$$\frac{-0.143 s^4 + 13.72 s^3 - 335.7 s^2 + 3.013 \cdot 10^4 s + 4.171 \cdot 10^4}{s^5 + 18.35 s^4 + 316.5 s^3 + 2514 s^2 + 1.831 \cdot 10^4 s + 1.221 \cdot 10^{12}}$$



Рисунок 5. – Разница применения исходного и редуцированного на два порядка регуляторов.

Результат редукции регулятора на 3 порядка:

$$\frac{2.112s^3 - 85.41s^2 + 1788s + 2080}{s^4 + 9.423s^3 + 149.4s^2 + 912.7s + 6.088 \cdot 10^{-14}}$$

Время переходного процесса рано 1.218, перерегулирование – 10.5%. На рисунке 6 показаны графики применения исходного и редуцированного на 3 порядка регуляторов.

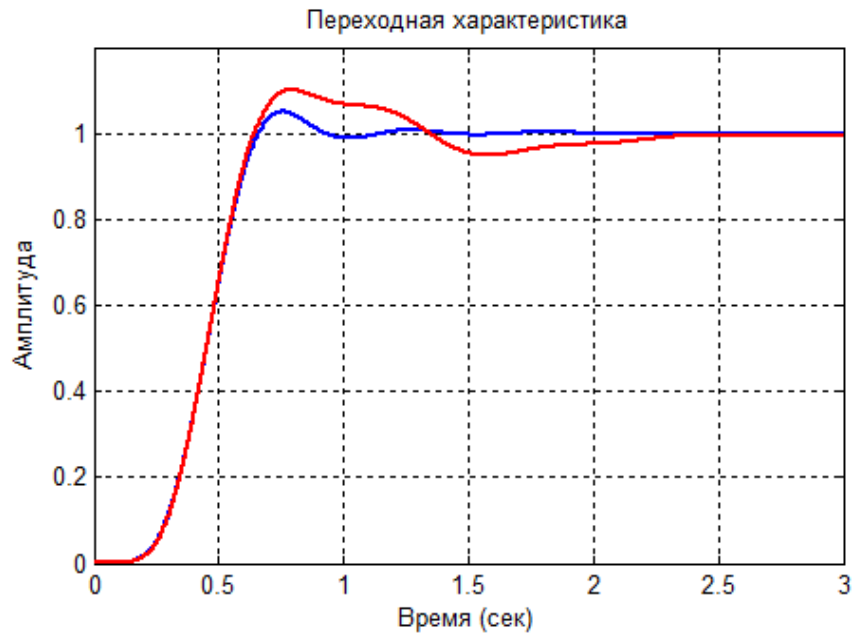


Рисунок 6. – Сравнение исходного (синий) и редуцированного на три порядка (красный) регуляторов.

Результат редукции регулятора на 4 порядка:

$$\frac{-7.312s^2 + 42.8s + 260.5}{s^3 + 1.876s^2 + 114.3s + 7.626 \cdot 10^{-15}}$$

Время переходного процесса рано 2.67, перерегулирование – 21.6%. На рисунке 7 показаны графики применения исходного и редуцированного на 4 порядка регуляторов.

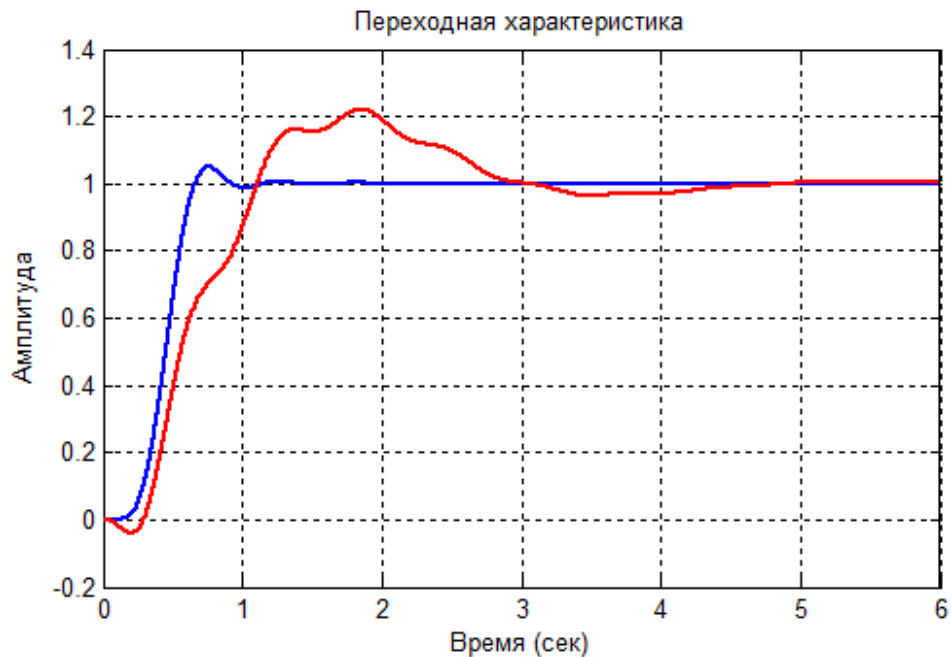


Рисунок 7. – Сравнение исходного (синий) и редуцированного на четыре порядка (красный) регуляторов.

Дальнейшее понижение порядка не имеет смысла, так как качество регулирования сильно снизилось и вышло за рамки, установленные в начале статьи.

**Заключение.** Использование метода ортогональной редукции при синтезе системы управления приводом промышленного манипулятора позволило существенно снизить порядок регулятора при сохранении заданных показателей качества переходного процесса и упростить его физическую реализацию. Однако значительное понижение порядка может приводить к неудовлетворительным результатам.

**Благодарность.** Автор выражает искреннюю благодарность научному руководителю – кандидату технических наук, доценту кафедры системного анализа и информатики НЧИ КФУ, Демьянову Дмитрию Николаевичу.

#### **Список литературы.**

- 1) Андрианов Ю.Д. Управляющие системы промышленных роботов: научно-популярная литература. М.: Машиностроение. 1984. 287 с.
- 2) Пупкова К.А., Егупова Н.Д. Синтез регуляторов систем автоматического управления. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2004. 616 с.
- 3) Мироновский Л.А. Функциональное диагностирование динамических систем. М.-СПб.: Издательство МГУ-ГРИФ. 1998. 256 с.