

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ LMI ДЛЯ ГАШЕНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В ПРИВОДЕ ПРОМЫШЛЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА

Волков В.Г.

*ФГАОУ ВПО Казанский (Приволжский) федеральный университет,
420008, г. Казань, ул. Кремлевская, д.18.*

e-mail: witchcraft256@mail.ru

поступила в редакцию 16 июля 2014 года

Аннотация

Данная статья посвящена применению метода линейных матричных неравенств к задаче синтеза регуляторов для гашения внешних возмущений, возникающих в приводе промышленного манипулятора. В рамках работы иллюстрируется преимущество применения данного метода к решению задачи синтеза регуляторов, а так же производится сравнительный анализ оптимальных и субоптимальных регуляторов. Все расчёты производятся с использованием пакета LMI Control Toolbox и среды визуального моделирования Simulink в системе компьютерной математики Matlab.

Ключевые слова: *линейные матричные неравенства, синтез законов управления, оптимальный регулятор, субоптимальный регулятор, гашение возмущений, привод промышленного манипулятора.*

Введение. Синтез регуляторов для систем автоматического управления является одной из важнейших задач теории управления. Данная задача тесно связана с понятием качества управления и устойчивости динамических систем, поскольку, используя управляющие устройства, можно непосредственно воздействовать на свойства системы в целом. Так, используя, например, модальный подход, можно влиять на расположение полюсов системы и задавать практически любое желаемое их положение на комплексной плоскости.

В настоящее время активно развиваются методы синтеза регуляторов, основанные на решении линейных матричных неравенств (LMI). Применение LMI является одним из наиболее перспективных направлений современной теории управления, так как позволяет с единых позиций рассматривать и решать многие её проблемы (например, стабилизация неустойчивого объекта по состоянию и по измеряемому выходу, модальное управление, оптимальное линейно-квадратичное управление, оптимальное гашение внешних возмущений в рамках теории H_∞ – управления, робастная устойчивость и стабилизация, абсолютная устойчивость и стабилизация, робастное H_∞ – управление [1]).

Из перечисленных выше задач одной из важнейших на практике является гашение внешних возмущений, возникающих в линейном стационарном объекте, поскольку на любой реальный объект оказывают влияние различного рода внешние воздействия.

В данной работе рассматривается синтез регуляторов для гашения внешних возмущений, возникающих в приводе промышленного манипулятора, на основе метода линейных матричных неравенств с использованием пакета LMI Control Toolbox и среды визуального моделирования Simulink в системе компьютерной математики Matlab.

Описание системы. Будем рассматривать линейный стационарный объект (промышленный манипулятор), который описывается моделью в пространстве состояний

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + B_1 v + B_2 u \\ Y &= CX \end{aligned} \quad (1)$$

Где X – вектор состояния, Y – вектор выхода, u – вектор входных воздействий, v – вектор возмущений [2]. Для выбранного объекта матрицы A , B_1 , B_2 , C будем считать известными

$$A = \begin{pmatrix} -500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -58.5 & 0 & 0 & -1.5429 & -0.72 & 0 \\ 0 & 1800 & -200 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 66.6667 & -33.3333 & -16.6667 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 142.8571 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0143 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 3000 \\ 405 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, C^T = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пусть в системе (1), замкнутой единичной обратной связью, действует возмущающий сигнал $v(t) \equiv M_n$ – равномерно распределённая случайная величина.

Как видно на рисунке 1, система (1) при наличии внешнего возмущения M_n довольно плохо обрабатывает входной сигнал, в данном случае – ступенчатую функцию. Такое большое искажение выходного сигнала является недопустимым, поэтому необходимо синтезировать регулятор, позволяющий нивелировать влияние возмущающих сигналов и обеспечить приемлемое гашение внешних возмущений.

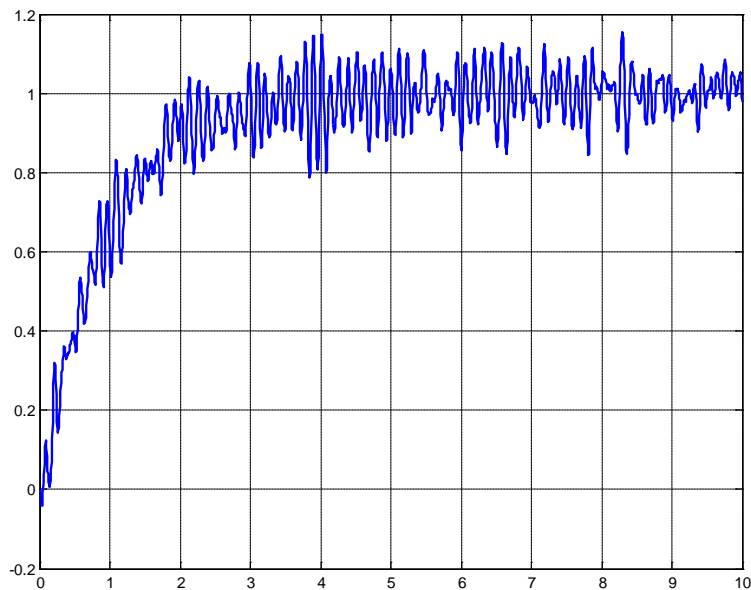


Рисунок 1. – график переходной характеристики для системы с единичной обратной связью при наличии внешнего возмущения.

Теоретические сведения. Линейным матричным неравенством называется неравенство относительно неизвестных переменных $x=(x_1, \dots, x_m)$ следующего вида

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i \succ 0$$

где F_i – действительные симметричные матрицы (матричные коэффициенты) размера $n \times n$. Знак « $\succ 0$ » в выражении означает положительную определённую матрицу $F(x)$, т.е.

$$u^T F(x) u > 0 \forall u \in R^n, u \neq 0.$$

В приложениях часто встречаются линейные матричные неравенства, записанные относительно матричных переменных

$$A^T X + XA + Q < 0,$$

в котором $A, Q \in R^{n \times n}$ – известные матрицы, $X \in R^{n \times n}$ – неизвестная матрица, причём Q – симметрическая матрица.

Уровнем гашения возмущения в объекте называется величина $\gamma_* = \sup \frac{z}{v}, v \neq 0$. Синтез H_∞ – управления объектом состоит в построении регулятора, при котором уровень гашения возмущений в асимптотически устойчивой замкнутой системе меньше заданного числа γ (например, [2]), т.е.

$$\sup \frac{z}{v} < \gamma, v \neq 0$$

Такие регуляторы называют субоптимальными регуляторами, а регуляторы, для которых γ – минимально суть оптимальные регуляторы.

Синтез оптимального регулятора

В системе (1) действует возмущающий сигнал $v(t)$, причём наблюдаемый и управляемый выходы совпадают. В этом случае структурная схема системы с включенным регулятором будет иметь вид, представленный на рисунке 2.



Рисунок 2. – структурная схема системы управления

Задача синтеза регулятора состоит в выборе закона управления из класса линейных обратных связей по состоянию вида

$$U = \Theta X,$$

где Θ – вектор параметров регулятора.

Для выполнения цели управления, как показано в работе [3], необходимо и достаточно, чтобы выполнялось линейное матричное неравенство

$$F(Y, Z, \gamma) = \begin{pmatrix} YA^T + AY + Z^T B_2^T + B_2 Z & B_1 & YC^T + Z^T D_{12}^T \\ B_1^T & -\gamma I & D_{11}^T \\ CY + D_{12} Z & D_{11} & -\gamma I \end{pmatrix} < 0 \quad (2)$$

Проведя расчёты с использованием пакета LMI Control Toolbox, получим следующие параметры регулятора при минимальном значении $\gamma = 3.7601 \cdot 10^{-8}$

$$Y = 10^8 \begin{pmatrix} 9.8691 & 1.3299 & 0.1774 & -0.1238 & 0.0055 & 0.0000 \\ 1.3299 & 0.1811 & 0.0369 & -0.0168 & 0.0006 & 0.0000 \\ 0.1774 & 0.0369 & 0.6605 & -0.0398 & 0.0003 & -0.0000 \\ -0.1238 & -0.0168 & -0.0398 & 0.0078 & -0.0012 & 0.0000 \\ 0.0055 & 0.0006 & 0.0003 & -0.0012 & 0.0004 & -0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.0000 & 0.0000 & -0.0000 & 0.0000 \end{pmatrix}$$

$$Z = 10^7 (-0.6149 \quad -0.4210 \quad -4.6039 \quad -0.8264 \quad 0.1984 \quad -0.0000)$$

$$\Theta = 10^{10} (0.00 \quad -0.00 \quad -0.00 \quad -0.00 \quad -0.0001 \quad -2.0953)$$

На рисунке 3 показан график реакции системы с полученным оптимальным регулятором на единичное ступенчатое воздействие при наличии внешнего возмущения.

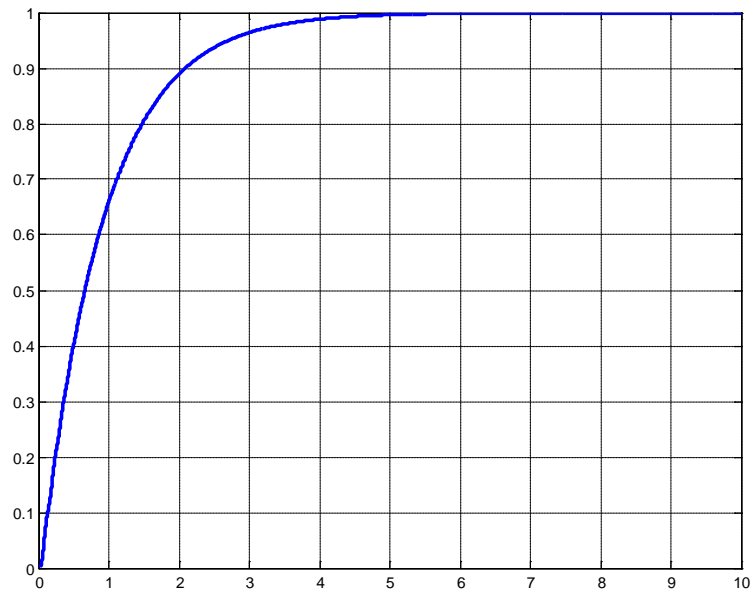


Рисунок 3. – график переходной характеристики для системы с оптимальным регулятором при наличии внешнего возмущения

Синтез субоптимального регулятора. Как видно, оптимальный регулятор эффективно гасит внешнее возмущение и обеспечивает «хороший» переходный процесс, однако его главным недостатком является то, что часто на практике такой регулятор оказывается нереализуем, поскольку его коэффициенты имеют слишком большой порядок.

Для устранения указанного недостатка оптимального регулятора на практике используют субоптимальный регулятор. В рассматриваемом случае уровень гашения возмущений порядка 10^{-8} не требуется, поэтому параметр γ задаётся вручную исходя из реальных требований к характеристикам привода промышленного манипулятора [2].

Пусть $\gamma \equiv 0.1$, тогда, решая линейное матричное неравенство (2), получим

$$Y = \begin{pmatrix} 143.6777 & 13.6652 & 13.0789 & -19.7980 & -21.3709 & -0.0222 \\ 13.6652 & 2.2399 & 5.8893 & -0.7401 & -3.3675 & -0.0082 \\ 13.0789 & 5.8893 & 53.2402 & 11.1005 & -22.3782 & -0.0753 \\ -19.7980 & -0.7401 & 11.1005 & 23.8260 & -0.3295 & -0.0107 \\ -21.3709 & -3.3675 & -22.3782 & -0.3295 & 115.3441 & -0.2809 \\ -0.0222 & -0.0082 & -0.0753 & -0.0107 & -0.2809 & 0.0117 \end{pmatrix}$$

$$Z = (23.9306 \quad 1.8339 \quad -5.1475 \quad -3.9292 \quad -2.6191 \quad -0.0036)$$

$$\Theta = (0.1500 \quad 0.4302 \quad -0.2092 \quad 0.0695 \quad -0.0268 \quad -1.6480)$$

На рисунке 4 показан график реакции системы с полученным субоптимальным регулятором на единичное ступенчатое воздействие при наличии внешнего возмущения.

Заключение. В данной работе был проведён синтез оптимального и субоптимального регуляторов для промышленного манипулятора при помощи LMI. Показано, что оптимальный регулятор обеспечивает максимальное гашение внешних возмущений, но коэффициенты данного регулятора имеют достаточно высокий порядок, что часто выливается в невозможность его физической реализации.

В свою очередь субоптимальный регулятор имеет гораздо более низкий порядок коэффициентов, при этом уровень гашения возмущений ухудшился не столь значительно, что иллюстрирует эффективность данного вида регулирующих устройств.

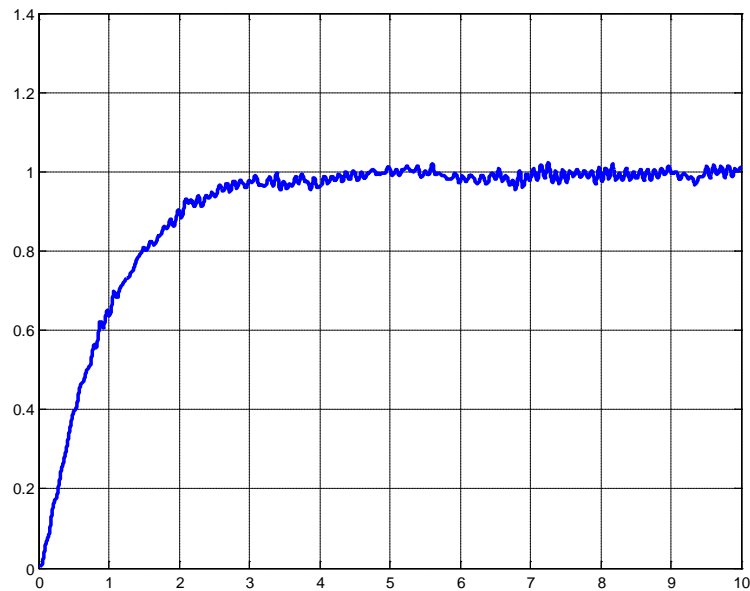


Рисунок 4. – график переходной характеристики для системы с субоптимальным регулятором при наличии внешнего возмущения

Благодарность. Благодарю за помощь при выполнении работы и подготовке публикации кандидата технических наук, доцента кафедры системного анализа и информатики Демьянова Дмитрия Николаевича.

Список литературы

- 1) Баландин Д.В., Коган М.М. Использование LMI toolbox пакета Matlab в синтезе законов управления. Учебно-методические материалы по программе повышения квалификации «Информационные технологии и компьютерная математика». Нижний Новгород, 2006. 135.
- 2) Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-и тт.; 2-е изд., перераб. и доп. Т.3.: Синтез регуляторов систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2004. 616 с.
- 3) Баландин Д.В., Коган М.М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2007. 280 с.